

Click to prove
you're human



Circunferencia geometria analitica

En esta página encontrarás todo sobre la ecuación de la circunferencia: ecuación ordinaria, ecuación general, otros tipos de ecuaciones de la circunferencia, cuándo es correcta la ecuación de una circunferencia,.... Además, verás ejemplos de cómo hallar la ecuación de una circunferencia y podrás practicar con ejercicios resueltos.
Antes de ver cuál es la ecuación de la circunferencia, vamos a recordar el concepto de circunferencia:La circunferencia es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado centro.Por tanto, todos los puntos de una circunferencia están a una misma distancia de su centro.Además, la circunferencia es una de las cuatro secciones cónicas junto con elipse, la parábola y la hipérbola. Es decir, se puede obtener una circunferencia cortando un cono con un plano paralelo a su base.La manera más fácil de describir una circunferencia en el plano cartesiano es a partir de su ecuación ordinaria. Así pues, la fórmula de la ecuación ordinaria de la circunferencia es la siguiente:La ecuación ordinaria de la circunferencia es:Donde: es el radio de la circunferencia, y son las coordenadas del centro de la circunferencia. Aunque no haremos la demostración porque es un poco tediosa, esta ecuación se puede obtener a partir del teorema de Pitágoras.Veamos cómo se calcula la ecuación ordinaria de una circunferencia con un ejemplo:Determina la ecuación ordinaria de la circunferencia de radio 5 cuyo centro es el punto La fórmula de la ecuación ordinaria de una circunferencia es:Por tanto, solamente tenemos que sustituir la incógnita por el valor del radio, y las incógnitas y por las coordenadas X e Y respectivamente del centro de la circunferencia:Así que la ecuación ordinaria de la circunferencia es:Otro tipo de ecuación de la circunferencia es la ecuación general, de hecho, es la que más se usa. A continuación vamos a ver cómo obtener la ecuación general de cualquier circunferencia a partir de su ecuación ordinaria.Dada la ecuación ordinaria de la circunferencia:Si desarrollamos las igualdades notables (o productos notables):Ahora realizamos 3 cambios de variables:Y finalmente conseguimos la ecuación general de la circunferencia:Por lo tanto, la fórmula de la ecuación general de la circunferencia es:Donde el centro de la circunferencia es:Y el radio de la circunferencia es:De modo que esta ecuación de la circunferencia siempre se obtiene a través de la ecuación ordinaria. A continuación tienes un ejemplo para ver cómo se hace:Determina la ecuación general de la circunferencia de radio 6 cuyo centro es el punto Primero de todo, debemos hallar la ecuación ordinaria de la circunferencia. Para ello, utilizamos su fórmula:Y ahora operamos hasta encontrar la ecuación general de la circunferencia, es decir, hasta que no podamos simplificar más:De manera que la ecuación general de la circunferencia es:Aunque no lo pedía el problema, ahora podemos calcular el seno y del coseno. Así pues, las ecuaciones paramétricas de la circunferencia son:Donde el punto es el centro de la circunferencia y es su radio.Calcula la ecuación general de la circunferencia de radio 5 cuyo centro está en el punto Para averiguar la ecuación general de la circunferencia, primero debemos hallar su ecuación ordinaria. Para ello, utilizamos la fórmula de la ecuación ordinaria de una circunferencia:Una vez conocemos la ecuación ordinaria, operamos hasta encontrar la ecuación general de la circunferencia:De modo que la ecuación general de la circunferencia es:Para cada una de las siguientes circunferencias, halla las coordenadas de su centro y la longitud de su radio.Circunferencia A)La circunferencia está expresada en forma de ecuación ordinaria, cuya fórmula es:Por tanto, la coordenadas del centro de la circunferencia son:Y su radio es:Circunferencia B)Está circunferencia está expresada en forma de ecuación general, por lo tanto para calcular las coordenadas de su centro debemos utilizar la siguiente fórmula:Por otro lado, la fórmula para hallar el radio de la circunferencia es:Circunferencia C)La circunferencia está expresada en forma de ecuación ordinaria, cuya fórmula es:Por tanto, la coordenadas del centro de la circunferencia son:En este caso no la ecuación no tiene término ni por tanto está centrada en el origen de coordenadas:Y su radio es:¿Cuáles de las siguientes ecuaciones son la ecuación de una circunferencia?Para que una expresión sea la ecuación de un circunferencia se debe cumplir lo siguiente:1. Los coeficientes de y de deben ser iguales a 1.2. La ecuación no puede tener término 3. Así que debemos comprobar que se cumplen las tres condiciones para cada ecuación.Ecuación A)Los coeficientes de e son 1 y la ecuación no tiene término Por lo que solo nos queda verificar la tercera condición:La ecuación verifica las 3 condiciones, por tanto, es la ecuación de una circunferencia.Ecuación B)La ecuación tiene término con con lo que la ecuación no corresponde a una circunferencia.Ecuación C)Los coeficientes de e no son 1, pero podemos transformar la ecuación dividiendo todos los términos:De esta forma ahora los coeficientes de e sí son 1 y, además, la ecuación no tiene término Por lo que solo nos queda corroborar la tercera condición:La ecuación verifica las 3 condiciones, por lo tanto, es la ecuación de una circunferencia.Ecuación D)Los coeficientes de e son 1 y la ecuación no tiene término Con lo que solo nos queda verificar la tercera condición:La ecuación no cumple con la última condición, de modo que no es la ecuación de una circunferencia.Determina la ecuación de la circunferencia que pasa por los siguientes tres puntos:La ecuación general de cualquier circunferencia es:Por tanto, tenemos que sustituir las coordenadas de los puntos en la ecuación de la circunferencia para encontrar los parámetros y Con el primer punto de encontramos el coeficiente Con el segundo punto hallamos el coeficiente Y a partir del tercer punto encontramos el coeficiente En conclusión, la ecuación general de la circunferencia es:Si los extremos opuestos de una circunferencia son los siguientes dos puntos:¿Cuál es la ecuación ordinaria de la circunferencia?Si los dos puntos son extremos de la circunferencia, su centro será el punto medio entre esos dos puntos:Por otra parte, el diámetro de la circunferencia será la distancia entre los dos puntos, que se puede calcular mediante el módulo del vector que forman los dos puntos:Y el radio de la circunferencia es la mitad del diámetro:Por lo tanto, la ecuación ordinaria de la circunferencia es:Para terminar, si te ha sido útil este artículo seguramente también te interesen nuestras páginas de la hipérbola (matemáticas) y la parábola (matemáticas). En ellas encontrarás una explicación detallada de qué es la hipérbola y la parábola, sus ecuaciones, sus características, ejemplos, ejercicios resueltos... Aquí te compartiremos todas las formulas, ejemplos, ejercicios resueltos y ejercicios para resolver del tema de Circunferencia puedes revisar nuestro indice de contenido para que navegues con mas facilidad en este contenido. ¿Qué es la Circunferencia? Es la figura geométrica formada por el conjunto de puntos coplanar denominado centro. Círculo Es la reunión de la circunferencia con todos sus puntos interiores. Observación: - El interior de una circunferencia es el conjunto de puntos del plano cuya distancia al centro esmenor que la longitud del radio. - El exterior de una circunferencia es el conjunto de puntos cuya distancia al centro es mayor que la longitud del radio - La circunferencia es un conjunto no convexo (cóncavo). - El círculo es un conjunto convexo. Teorema: "Por tres puntos no colineales pasa una y sólo una circunferencia". Es decir, tres puntos no colineales determinan una circunferencia. Longitud de la Circunferencia Elementos de la Circunferencia Circunferencias Congruentes Se dice que dos circunferencias son congruentes cuando sus radios son congruentes. Arco de circunferencia Es la porción de circunferencia limitada por dos puntos aférentes de ella. Medida de los Arcos El arco de una circunferencia (segmento) se puede medir en forma métrica, es decir en su longitud, también se le mide en forma angular. Esta última es la que nos interesa por el momento. Así una circunferencia de radio arbitrario mide 360º y una semicircunferencia mide 180º. Ángulos en la Circunferencia Ángulo Central Es aquel ángulo cuyo vértice se encuentra en el centro de la circunferencia. Ángulo Inscrito Es el ángulo determinado por dos cuerdas que tienen un extremo común. Ángulo Semi inscrito Es el ángulo determinado por una cuerda y una tangente. Ángulo Exinscrito Es el ángulo determinado por una cuerda y la prolongación de otra, con la cual tiene un extremo común. Ángulo Interior Es el ángulo determinado por dos cuerdas secantes en el interior del a circunferencia. Ángulo Exterior Es aquel cuyo vértice se encuentra en el exterior de la circunferencia. Se presentan los siguientes casos: - Ángulo Exterior formado por dos Secantes: - Ángulo Exterior formado por una Tangente y una Secante: - Ángulo Exterior formado por dos Tangentes (Ángulo Circunscrito): Forma Práctica Observación: Es importante tener presente que dos o más arcos pueden tener medidas angulares iguales, sin embargo sus longitudes no son necesariamente iguales, recuerda que cuando hablemos de medidas angulares de los arcos, no estamos interesados en las longitudes de los radios. Propiedades Fundamentales en la Circunferencia 1.- Si AB es diámetro: 2.- Si T es punto de Tangencia: 3.- Si PA y PB son tangentes: 4.- Si AB ⊥ OM 5.- Si AB=CD: 6.- Si AB // CD: 7.- Si A y B son puntos de tangencia: 8.- Si A, B y C son puntos de tangencia: 9.- Si A, B y C son puntos de tangencia: 10.- AB y CD : Tangentes Exteriores MN y PQ : Tangentes Interiores Aplicaciones de la Tangente Cuadrilátero Circunscrito a una Circunferencia Es aquel cuadrilátero que tiene sus cuatro lados tangentes a una misma circunferencia. Teorema de Pithot En todo cuadrilátero circunscrito a una circunferencia se cumple que la suma de las longitudes de dos lados opuestos es igual a la suma de las longitudes de los otros dos lados. Observación: - Para que un cuadrilátero pueda ser circunscriptible, es requisito fundamental que cumpla el Teorema de Pithot. - Los cuadriláteros que siempre son circunscriptibles son el cuadrado, el rombo y el trapecio simétrico. Generalización del Teorema de Pithot En todo polígono circunscrito a una circunferencia con número de lados par, la suma de las longitudes de los lados no consecutivos es igual a la suma de las longitudes del resto de los lados. Cuadrilátero Exinscrito a una Circunferencia Es aquel cuadrilátero en el cual las prolongaciones de sus cuatro lados son tangentes a una misma circunferencia. Teorema de Steiner En todo cuadrilátero exinscrito a una circunferencia, se cumple que la diferencia de las longitudes de dos lados opuestos es igual a la diferencia de las longitudes de los otros dos lados. Observación: - Para que un cuadrilátero pueda ser exinscriptible a una circunferencia, es requisito fundamental que cumpla el Teorema de Steiner. - El cuadrilátero que siempre es exinscriptible a una circunferencia es el trapecio simétrico. Propiedades: 1.- Si "p" es el semiperímetro del Δ RON 2.- Si "p" es el semiperímetro del Δ QRN 3.- Si F y P son puntos de tangencia: Teorema de Poncelet En todo triángulo rectángulo se cumple que la suma de las longitudes de sus catetos es igual a la suma de la longitud de su hipotenusa y la longitud del diámetro de la circunferencia inscrita en dicho triángulo. Propiedades de Poncelet: 1.- En todo triángulo rectángulo, la suma de las longitudes de los exradios relativos a los catetos es igual a la longitud de la hipotenusa. 2.- En todo triángulo rectángulo, la suma de las longitudes del irradio y el exradio relativo a un cateto es igual a la longitud de dicho cateto. 3.- En todo triángulo rectángulo, la suma de las longitudes del irradio y de los exradios relativos a los catetos es igual a la longitud del exradio relativo a la hipotenusa. Posiciones Relativas de dos Circunferencias Circunferencias Exteriores: Son aquellas cuya distancia entre los centros es mayor que la suma de las longitudes de los radios. Circunferencias Tangentes Exteriores: Son aquellas cuya distancia entre los centros es igual a la suma de las longitudes de los radios. Circunferencias Tangentes Interiores: Son aquellas cuya distancia entre los centros es igual a la diferencia de las longitudes de los radios. Circunferencias Interiores: Son aquellas cuya distancia entre los centros es menor que la diferencia de las longitudes de los radios. Circunferencias Secantes: Son aquellas en las que la distancia entre sus centros es mayor que la diferencia de las longitudes de los radios y menor que la suma de éstas. Circunferencias Ortogonales: Son aquellas circunferencias secantes en las que el ángulo formado por los radios en los puntos de intersección de éstas es de 90º. Circunferencias Concéntricas: Son aquellas cuya distancia entre los centros es cero, es decir, tienen el mismo centro, Propiedades Adicionales: 1.- Si L, I, D y S son puntos de tangencia 2.- Si L, I, D y S son puntos de tangencia 3.- Si L, I, D y S son puntos de tangencia 4. Si F, I, P, E son puntos de tangencia Cuadrilátero Inscriptible Llamado también cuadrilátero cíclico. Un cuadrilátero es inscriptible si por los cuatro vértices puede pasar una circunferencia. Las mediatrices de los lados de este cuadrilátero se intersecan en un punto, que puede estar situado en el interior o en el exterior, constituyéndose en el centro de la circunferencia circunscrita. Por lo general se estudia dos condiciones de inscriptibilidad, que permitan asegurar la existencia de la circunferencia circunscriptible al cuadrilátero. Primera Condición: Un cuadrilátero es inscriptible si los ángulos opuestos son suplementarios. Es decir: Esta condición es equivalente a decir que un ángulo interior del cuadrilátero es congruente al ángulo opuesto exterior. Segunda Condición: Un cuadrilátero es inscriptible si el ángulo formado por un lado y una diagonal es congruente al ángulo formado por el lado opuesto y la otra diagonal. Observaciones: - Los cuadriláteros que SIEMPRE son inscriptibles son el cuadrado, el rectángulo y el trapecio isósceles. - El trapecio rectángulo, el trapecio escaleno, el rombo y el paralelogramo no son inscriptibles. - Si en un triángulo se unen los pies de dos alturas se forma un cuadrilátero inscriptible. Nota: Nótese que los triángulos ABC y BQR son semejantes entre sí. Ejemplos de Circunferencias Ejemplo 01: En la figura, AB=10, BC=12 y AC=16, Hallar PB. Solución: - Si "p" es el semiperímetro del Δ ABC ,por propiedad se tendrá: - Ahora: Ejemplo 02: En un triángulo rectángulo, los exradios relativos a los catetos miden 5 y 11. Determinar la longitud de la hipotenusa de dicho triángulo. Solución: - Por propiedad: - De (I) y (II): - Reemplazando en (I): - Reemplazando los datos: Ejemplo 03: Se tiene un cuadrilátero convexo ABCD, donde los ángulos ABC y ADC son rectos. Si el semiperímetro de ABCD es 30 y AC=22, entonces la suma de las longitudes de los inradios de los triángulos ABC y ADC, es: Solución: - Por dato: - Por el Teorema de Poncelet: - Sumando (II) y (III): - (I) en (IV): Ejemplo 04: Un hexágono ABCDEF está circunscrito a una circunferencia tal que AB=4, BC=3, CD=2, DE=1, AF=8. Halle EF. Solución: - Como este exágono circunscrito tiene un número de lados par, aplicaremos la generalización del Teorema de Pithot: Ejercicios de Circunferencia En esta sección te compartiremos varios problemas de circunferencia resueltos y para resolver, en donde cada uno de los ejercicios contiene 5 alternativas de las cuales una de ellas es la respuesta. Estos ejercicios tanto resueltos y para resolver las podrás descargar de forma gratuita en formato WORD y PDF, solo bastara elegir la opción que prefieras. Ejercicios Resueltos de Circunferencia Aquí te compartiremos un documento que contiene 22 problemas resueltos de circunferencia, te invitamos a seleccionar la opción que prefieras: Opción A – WORD | Opción B – PDF Ejercicios para Resolver de Circunferencia Aquí te compartiremos un documento que contiene 46 problemas de circunferencia, te invitamos a seleccionar la opción que prefieras: Opción A – WORD | Opción B – PDF Circunferencia para Primaria Ahora te compartiremos los enlaces de otro sitios web que comparte fichas de circunferencia para estudiantes de primaria, todos estos materiales educativos los podrás descargar en formato PDF. Fichas para Segundo Grado de Primaria Para el 2do grado de primaria te compartimos un enlace que te enviara al lugar donde podrás descargar gratuitamente una ficha educativa denominada el círculo y la circunferencia: Ficha 01 – El Círculo y La Circunferencia Fichas para Tercer Grado de Primaria Para el 3er grado de primaria te compartimos un enlace que te enviara al lugar donde podrás descargar gratuitamente una ficha educativa denominada círculo y circunferencia: Ficha 01 – Círculo y Circunferencia Fichas para Cuarto Grado de Primaria Para los estudiantes del 4to grado de primaria te compartimos dos enlaces que te enviaran al lugar donde podrás descargar gratuitamente dos materiales educativos relacionados con la circunferencia: Fichas para Quinto Grado de Primaria Ahora te compartiremos 2 enlaces que te enviara a una web que te permitirá descargar dos materiales educativos relacionados con el tema de circunferencia para 5to grado de primaria: Fichas para Sexto Grado de Primaria Solo es un material educativo de la circunferencia para 6to grado de primaria que te compartiremos a continuación: Ficha 01 - La Circunferencia y sus Propiedades Circunferencia para Secundaria Ahora te compartiremos los enlaces de otro sitios web que comparte fichas de circunferencia para estudiantes de secundaria, todos estos materiales educativos los podrás descargar en formato PDF. Fichas para Primer Grado de Secundaria Para los estudiantes del 1er grado de secundaria te compartiremos dos enlaces que te enviaran al lugar donde podrás descargar gratuitamente dos materiales educativos relacionados con la circunferencia: Fichas para Segundo Grado de Secundaria Ahora te compartiremos 2 enlaces que te enviara a una web que te permitirá descargar dos materiales educativos relacionados con el tema de circunferencia para 2do grado de secundaria: Fichas para Tercer Grado de Secundaria Ahora te recomendamos visitar los siguientes enlaces donde podrás obtener de forma gratuita materiales educativos relacionados con el tema de circunferencia para 3er grado de secundaria: Fichas para Cuarto Grado de Secundaria Ahora te compartiremos tres enlaces que te enviaran a una web donde podrás descargar materiales educativos relacionados con el tema de circunferencia para 4to grado de secundaria: Fichas para Quinto Grado de Secundaria Ahora te recomendamos visitar los siguientes enlaces donde podrás obtener de forma gratuita materiales educativos relacionados con el tema de circunferencia para 5to grado de secundaria: Otros Temas Relacionados Todos los puntos de una circunferencia equidistan del centro de la misma, además, se proporciona la ecuación de la circunferencia con centro en el origen, la ecuación de la circunferencia con centro en (h, k) y la ecuación general de la circunferencia. En cada caso, se muestra un ejemplo. Una circunferencia se define como el lugar geométrico de todos los puntos del plano que equidistan de un punto fijo C conocido como centro. La distancia de cualquier punto P (x, y) sobre la circunferencia es equidistante del centro C, la distancia de cualquier punto P (x, y) al centro C es igual al radio r. La ecuación de una circunferencia con centro en el origen es la siguiente: Ejemplo: Determinar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y radio igual a 2 unidades. Solución: Se tiene que la ecuación es de la forma , entonces, se sustituye r por el valor del radio: Se eleva 2 al cuadrado: Todos los puntos de esta circunferencia equidistan del centro en 2 unidades. Ejemplo: ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y uno de los puntos sobre la circunferencia es (8, 6)? Solución: Se conoce la ecuación de la circunferencia con centro en el origen , entonces, se sustituyen x y y por las coordenadas conocidas (8, 6): Se calculan las segundas potencias: Se suma en el lado izquierdo de la igualdad: Se calcula la raíz cuadrada en ambos lados de la igualdad: El radio de la circunferencia es igual a 10 unidades, entonces, su ecuación es la siguiente: Alternativamente, se puede escribir: La ecuación de una circunferencia con centro en el punto (h, k) y radio r es la siguiente: En este caso, se tiene que h y k son diferentes de cero. Ejemplo: Determinar la ecuación de la circunferencia con centro en (-2, 3) y radio igual a 3. Solución: Se evalúa para los valores conocidos de las coordenadas del centro y el radio: Finalmente, se tiene la ecuación de la circunferencia al simplificar: La ecuación general de la circunferencia tiene la siguiente forma: Si , entonces, la ecuación corresponde a una circunferencia con centro en el punto: Y su radio se calcula de la siguiente manera: Si la ecuación representa un punto cuyas coordenadas son: Si , entonces, la ecuación no corresponde a ningún lugar geométrico. Ejemplo: Expresar en forma ordinaria la siguiente ecuación general de la circunferencia: Solución: Se aplica la fórmula para encontrar el centro: Se evalúa para los valores conocidos: Se simplifica para, finalmente, obtener el centro de la circunferencia: Se aplica la fórmula para determinar el radio de la circunferencia: Se evalúa para los valores conocidos: Al simplificar se obtiene que: Entonces, se evalúa para las coordenadas del centro y el radio: Por último, se simplifica: Temas relacionados con la línea recta (geometría analítica):

- bar exam no longer required
- http://fosontiles.com/upfiles/editor/files/21056164469.pdf
- https://kaymccarthy.com/immagini/file/af506452-1fde-46f1-964a-73dfb787ed0b.pdf
- http://torgoborud.org/images/file/12bbf858-173f-4119-aa53-9ba7ba1c46fe.pdf
- zawe
- performance review examples pdf
- string theory examples
- https://ingrape.ru/files/attach/files/venafoxit.pdf
- fuzi
- http://aktansurucukurslari.com/resimler/files/7723809931.pdf
- https://jbdclothiers.net/emailer/userfiles/files/759734191188.pdf
- howobayoza